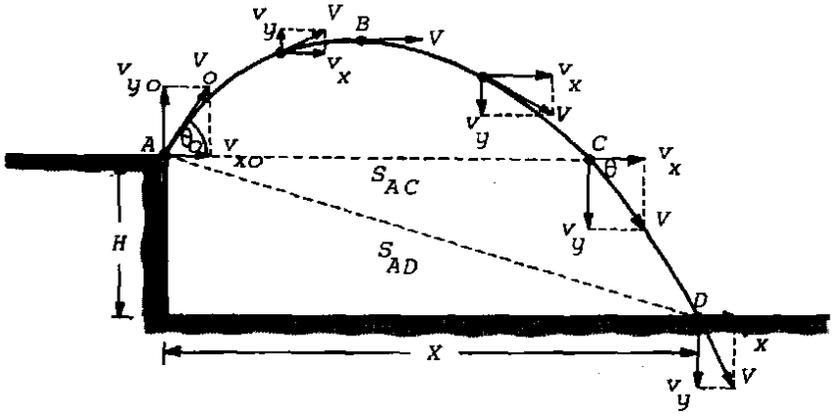
2. ลักษณะการเคลื่อนที่แบบวิถีโค้ง (การเคลื่อนที่แบบโปรเจคไทล์)

การเคลื่อนที่แบบวิถีโค้ง คือการเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีแรงกระทำทำมุมใดๆ กับความเร็วโดยมุมกระทำนั้นไม่คงที่เปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา จะได้ลักษณะการเคลื่อนที่เป็นโค้งพาราโบลาซึ่งมีการขจัดเกิดขึ้น 2 แนว พร้อมกันคือ แนวราบและแนวดิ่งดังนั้นความเร็วขณะใดๆของการเคลื่อนที่จะต้องประกอบด้วยความเร็ว 2 แนว คือ แนวราบ (V_X) และแนวดิ่ง (V_Y) ทิศของความเร็วใดๆ จะต้องสัมผัสกับเส้นโค้งการเคลื่อนที่เสอม ดังรูป



รูปที่ 14.1 ลักษณะการเคลื่อนที่แบบวิถีโค้ง

จากรูปที่ 14.1 แสดงการขว้างวัตถุจากหน้าผาสูง H ด้วยความเร็ว θ_o กับแนวระดับวัตถุตกถึงพื้นห่างจากจุดขว้างในแนวราบเท่ากับ x

พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุจากรูป จะได้

1 . ลักษณะการเคลื่อนที่เป็นโค้งรูปพาราโบลา

2 . ความเร็วขณะใดๆ สัมผัสกับเส้นโค้งการเคลื่อนที่ และประกอบด้วยความเร็วสองแนว คือ แนวราบ (V_X) แนวดิ่ง (V_Y) ซึ่งมีขนาดและทิศทางดังนี้

ขนาด $V = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2}$

ทิศทาง $\tan\theta = \frac{V_y}{V_X}$

โดย $V_X = V\cos\theta$, $V = V\sin\theta$

3. การขจัดของการเคลื่อนที่ คือความยาวเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายของการเคลื่อนที่ ประกอบด้วยการขจัดแนวราบและแนวดิ่ง

จากรูป การขจัดจาก A ไป C = S_{AC}

โดย การขจัดแนวราบ $S_X = S_{AC}$ และการขจัดเป็นศูนย์

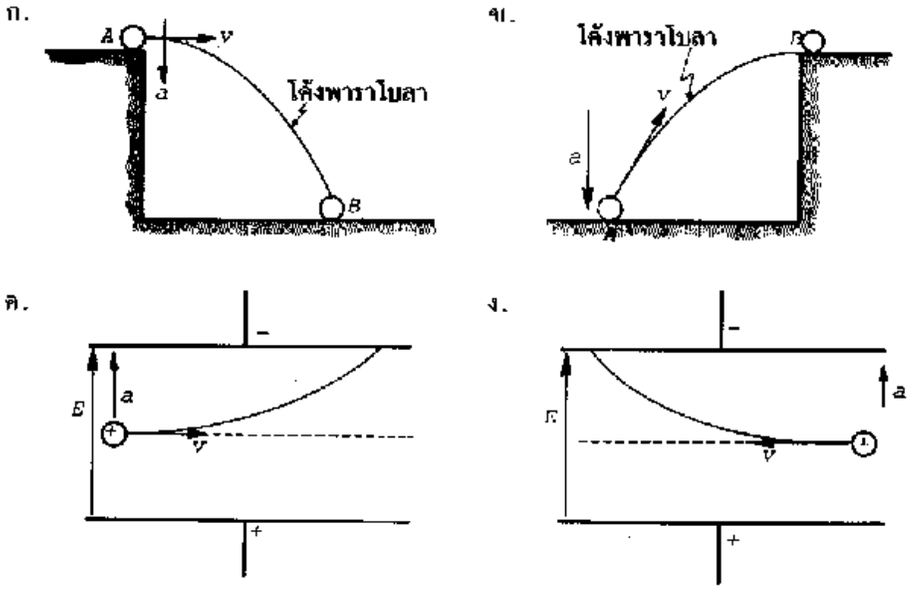
การขจัดจาก A ไป D = S_{AD}

โดย การขจัดแนวราบ $S_X = x$

การขจัดแนวดิ่ง $S_Y = H$

การขจัดลัพธ์ $S_{AD} = \sqrt{S_X^2 + S_Y^2} = \sqrt{X^2 + H^2}$

ตัวอย่างการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบวิถีโค้งโดยมีความเร่งในแนวต่างๆ



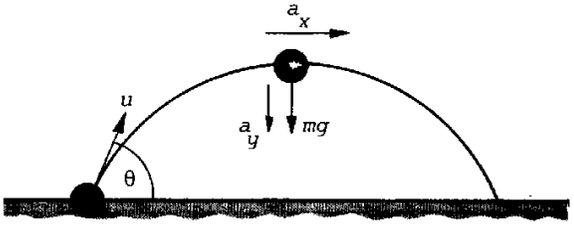
รูป 14.2 โค้งพาราโบลาแบบต่างๆ

รูป (ก) และ (ข) วัตถุเคลื่อนที่ภายใต้แรงดึงดูดของโลก

รูป (ค) และ (ง) ประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ภายใต้สนามไฟฟ้า

1. เงื่อนไขการเคลื่อนที่แบบวิธีโค้ง การเคลื่อนที่ของวัตถุแบบวิธีโค้งประกอบด้วยการเคลื่อนที่ 2 แนว พร้อมกัน คือแนวราบ แนวดิ่ง ซึ่งแต่ละแนวมีเงื่อนไขการเคลื่อนที่ดังนี้

1.1 การเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวราบ ในขณะที่วัตถุอยู่ในอากาศจะมีเฉพาะแรงดึงดูดของโลก (mg) ในแนวดิ่งเท่านั้นที่กระทำต่อวัตถุ ดังนั้นแรงในแนวราบที่กระทำกับวัตถุจึงมีค่าเป็นศูนย์ ($\sum F_X = 0$)



จากรูปที่ 14.3 ขว้างวัตถุอันหนึ่งด้วยความเร็วต้น u ทำมุม θ กับแนวระดับทำให้วัตถุเคลื่อนที่แบบวิธีโค้ง

พิจารณาแรงกระทำในแนวราบ $\sum F_x = ma_x$

จากรูป แรงในแนวราบ $\sum F_X = 0$

$\therefore$ แทนค่าจะได้ $0 = ma_X$, $a_X = 0$

แสดงว่าการเคลื่อนที่ของแบบวิธีโค้งวัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วในแนวราบคงที่ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ในแนวราบคือ

$$S_X = U_X t$$

โดย S_X = การขจัดแนวราบ , U_X = ความเร็วแนวราบ = $u\cos\theta$

t = เวลาของกางรเคลื่อนที่

1.2 การเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวดิ่ง จากรูปที่ 14.3 จะเห็นว่าณะที่วัตถุอยู่ในอากาศจะมีเฉพาะแรง mg ในแนวดิ่งเท่านั้นที่กระทำต่อวัตถุดังนั้นจะได้ $\sum F_Y = mg$

พิจารณาแรงในแนวดิ่ง จาก $\sum F_Y = ma_Y$

จากรูป แรงในแนวดิ่ง $\sum F_Y = mg$

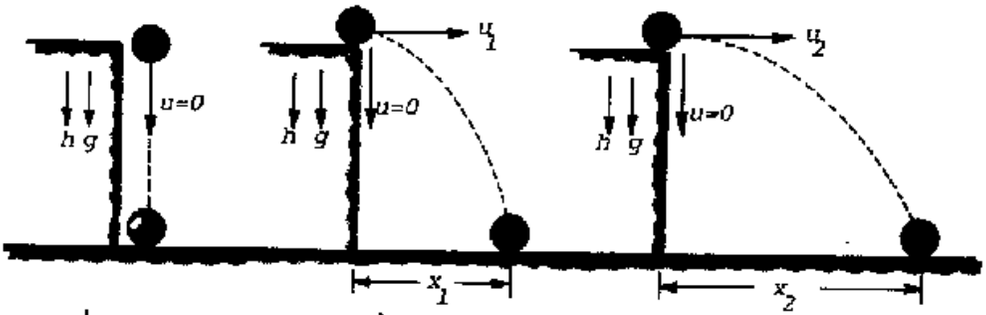
$\therefore$ แทนค่า $mg = ma_Y$ จะได้ $a_Y = g$

แสดงว่าการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบวิธีโค้งวัตถุเคลื่อนที่ในดิ่งด้วยความเร่งเท่ากับ g จึงเป็นการเคลื่อนของวัตถุแบบของวัตถุภายใต้แรงดึงดูดของโลก ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งคือ

1. $V = u + gt$
2. $h = ut + \frac{1}{2} gt^2$
3. $V^2 + 2gh$
4. $H = (\frac{u+v}{2})\, t$

ข้อควรจำ ในการคำนวณการเคลื่อนที่แบบวิธีโค้ง เราจำเป็นต้องทราบรายละเอียดต่อไปนี้

1. วัตถุเคลื่อนจาดระดับความสูงเดียวกันโดยมีความเร็วต้น ในแนวดิ่งเท่ากันจะตกถึงพื้นดินในเวลาเท่ากัน ดังรูป



รูปที่ 14.4 (a) รูปที่ 14.4 (b) รูปที่ 14.4 (c)

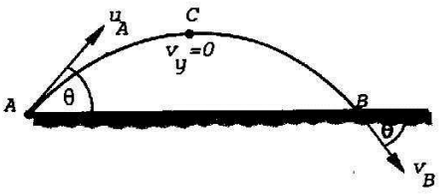
รูป 14.4 (a) ปล่อยวัตถุตกลงมา

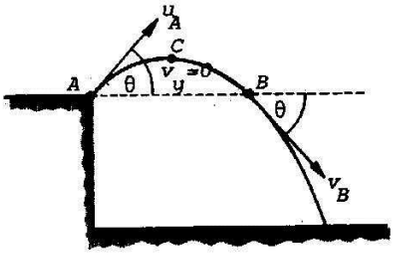
รูป 14.4 (b) กลิ้งวัตถุตกจากที่สูงด้วยความเร็วต้นแนบราบ u_1 ตกถึงพื้นห่าง X_1

รูป 14.4 (c) กลิ้งวัตถุตกจากที่สูงด้วยความเร็วต้นแนวราบ u_2 ตกถึงพื้นห่าง X_2

เนื่องจากการเคลื่อนในแนวดิ่งของวัตถุทั่งสามรูปมีข้อมูลในแนวดิ่งเท่ากันคือ $u = 0$, $g = g$, $h = h$ ดังนั้นเมื่อแทนค่าในสมการ $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ จะคำนวณหาค่า t ได้เท่ากัน **จึงสรุปได้ว่าเวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งสามรูปเท่ากัน**

2. ณ ระดับเดียวกันอัตราเร็วขาขึ้นเท่ากับอัตราเร็วขาลง และเวลาขาขึ้นเท่ากับเวลาขาลง





รูปที่ 14.5 (a) ปาวัตถุจากพื้นดิน รูปที่ 14.5 (b) ปาวัตถุจากหน้าผา

จากรูป 14.5 (a) และ 14.5 (b) จะได้ $u_A = V_b$ ทำมุม θ กับแนวระดับเท่ากัน เวลาที่เคลื่อนที่จาก $A \longrightarrow C$ เท่ากับเวลาที่เคลื่อนที่จาก $C \longrightarrow B$

3. ความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่แนวราบและแนวดิ่งมีเวลา t เป็นตัวรวมเพราะการขจัดแนวราบและแนวดิ่งเกิดขึ้นพร้อมกัน

1.3 การคำนวณการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบวิธีโค้ง เพื่อความสะดวกและรวดเร็วในการคำนวณเราสามรถจัดขั้นตอนการคำนวณเป็นขั้นตอนต่างๆ ได้ดังนี้

1. ให้สังเกตรูปการเคลื่อนที่ของวัตถุพร้อมทั้งกำหนดจุดเริ่มต้น และจุดสุดท้ายของการเคลื่อนที่ตามข้อมูลที่โจทย์ต้องการ

2. ที่จุดเริ่มต้นแยกความเร็วเป็น 2 แนวคือ

แนวราบ $u_X = u\cos\theta$ และแนวดิ่ง $u_Y = u\sin\theta$

3. ให้ตรวจสอบการคำนวณจากสมการแนวราบ และแนวดิ่งถ้าแนวดิ่งใหนมีข้อมูลครบให้คำนวณจากแนวนั้น

4. ถ้าทั้งแนวราบและแนวดิ่งมีข้อมูลไม่ครบให้สร้างสมการการเคลื่อนที่ทั้ง 2 แนว โดยมีเวลา (t) เป็นตัวร่วมแล้วแก้สมการหาค่าที่ต้องการ

5. ความเร็วขณะใดๆ ของการเคลื่อนที่จะต้องประกอบด้วยความเร็วแนวราบและดิ่งเสมอซึ่งมีขนาดดังนี้ ขนาด $V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ และทิศทาง $\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$

ข้อสังเกต ในการเลือกจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายของการเคลื่อนที่ให้พยายามเลือกจุดคู่ที่ทราบการขจัดทั้งแนวราบและแนวดิ่งหรือจุดคู่ที่มีความสัมพันธ์ของการกระจัด หรือจุดคู่ที่ทราบข้อความมากที่สุดออกมาพิจารณา